



Descrierea soluțiilor

partitii

propunător, prof. Mihaela Grindeanu

Mulțimea dată fiind de forma $1, 2, 3, \dots, n$, suma elementelor este suma Gauss, $n \cdot (n+1) / 2$. Pentru a putea partaja mulțimea în două submulțimi de sume egale, trebuie ca suma să fie divizibilă cu 2. Cum n și $n+1$ sunt două numere consecutive, înseamnă că fie n este divizibil cu 4 ($n = 4 \cdot k$), fie $n+1$ este divizibil cu 4 ($n = 4 \cdot k + 3$).

Deducem cazurile:

- $n = 4 \cdot k$, mulțimea se poate împărți în două grupe egale;
Partajarea ține cont de faptul ca sumele elementelor de la cele două extremități ale mulțimii $1, 2, \dots, n$ sunt toate egale cu $n+1$, deci nu ne rămâne decât să afișăm primele $\frac{1}{4} \cdot n$, urmate de ultimele $\frac{1}{4} \cdot n$ elemente pentru prima partiție, iar pentru a doua partiție se afișează valorile cuprinse între cele două sferturi afișate anterior;
- $n = 4 \cdot k + 3$, mulțimea se împarte în două grupe, una cu $n/2 + 1$, cealaltă cu $n/2$ elemente;
În această situație separăm primele 3 elemente de ultimele $4 \cdot k$.
Pentru primele 3 numere partajarea este banală: 1, 2 într-o partiție și 3 în cealaltă partiție. Pentru restul de $4 \cdot k$ valori aplicăm aceeași strategie ca la punctul a;
- $n = 4 \cdot k + 1$ și $n = 4 \cdot k + 2$, mulțimea nu poate fi partajată;

panou

propunător, prof. Mihaela Grindeanu

Pentru rezolvarea corectă a problemei trebuie identificate situațiile posibile:

- Pe panou pot fi puse două poze astfel:
 - $1N \ 2N$
 - poze una lângă alta: $a_1 + a_2 \leq a \ \&\& \ b_1 \leq b \ \&\& \ b_2 \leq b$
 - poze una deasupra celeilalte: $b_1 + b_2 \leq b \ \&\& \ a_1 \leq a \ \&\& \ a_2 \leq a$
 - $1N \ 2R$
Se rotește poza 2 și se tratează cazurile precizate la punctul a.
 - $1R \ 2N$
Se rotește poza 1 și se tratează cazurile precizate la punctul a.
 - $1R \ 2R$
Se rotesc pozele 1 și 2 și se tratează cazurile precizate la punctul a.
- Pe panou poate fi pusă o singură poză, astfel:
 - $1N \ (a_1 \leq a \ \&\& \ b_1 \leq b)$



- b. $1R \ (a1 \leq b \ \&\& \ b1 \leq a)$
 - c. $2N \ (a2 \leq a \ \&\& \ b2 \leq b)$
 - d. $2R \ (a2 \leq b \ \&\& \ b2 \leq a)$
3. Pe panou nu poate fi pusă nicio poză, caz care se obține prin eliminarea celor două situații anterioare.

altern

propunător, stud. Laura Nanu

Soluție de complexitate n^3

Folosind 2 for-uri, iterăm prin toate subsecvențele de lungime minim 2 ale șirului. Notăm cu $iInceput$ și $iSfarsit$ indicii obținuți la un pas al iterării. Oglindim secvența dintre $[iInceput .. iSfarsit]$. Apoi, parcurgem întreg șirul între 1 și n și numărăm câte secvențe monotone sunt după modificarea noastră. Dacă am obținut k secvențe monotone, atunci adăugăm 1 la soluție. Este important ca, la final, să oglindim din nou secvența noastră, pentru a readuce șirul în starea inițială înainte să considerăm altă secvență.

Soluție de complexitate n^2

Definim un punct special ca fiind un indice $i \ (2 \leq i \leq n)$ astfel încât $v[i-1] < v[i] > v[i+1]$ sau $v[i-1] > v[i] < v[i+1]$.

Informal, un punct special este o poziție în șir care se află la intersecția a două secvențe monotone consecutive.

Observăm că numărul de secvențe monotone ale unui șir este cu 1 mai mare decât numărul de puncte speciale. Ne vom concentra pe a număra câte puncte speciale avem după fiecare oglindire a unei posibile secvențe, în loc să numărăm secvențe propriuzise.

Presupunem că vrem să observăm ce efecte are oglindirea secvenței delimitată de $iInceput$ și $iSfarsit$ asupra numărului de puncte speciale din șir. Pentru un punct special i , dacă $i-1$, $i+1$ sunt în mulțimea $\{iInceput, iInceput+1, \dots, iSfarsit\}$ atunci i va rămâne un punct special, pentru că valoarea sa și a vecinilor săi rămâne neschimbată.

Într-un mod asemănător, dacă i , $i-1$, $i+1$ sunt în mulțimea $\{iInceput, iInceput+1, \dots, iSfarsit\}$ și i este un punct special înainte de oglindire, i rămâne un punct special după oglindire ($v[i-1]$ și $v[i+1]$ se interschimbă dar aceasta menține proprietatea lui i de punct special).



Singurul caz în care nu putem afirma că i rămâne punct special după oglindire sau dacă un i care nu era punct special înainte de oglindire devine special, este când $\{i, i-1, i+1\}$ este PARȚIAL în $\{i_{\text{Inceput}}, i_{\text{Inceput}}+1, \dots, i_{\text{Sfarsit}}\}$.

Putem să renunțăm la oglindirea secvenței manual. Vom fixa în continuare un i_{Inceput} și i_{Sfarsit} , la fel ca în prima soluție. Ca să urmărim câte puncte speciale avem în șir după ce am oglindi secvența, adunăm numărul de puncte speciale din tot șirul excluzând punctele $i_{\text{Inceput}}-1, i_{\text{Inceput}}, i_{\text{Sfarsit}}, i_{\text{Sfarsit}}+1$. Apoi, verificăm manual dacă aceste 4 puncte ar fi puncte speciale după oglindire. Astfel am obținut numărul de puncte speciale din întreaga secvență după oglindire, fără să facem această operație manual.

Odată obținut numărul de puncte speciale la un pas, putem deduce numărul de secvențe monotone și să actualizăm soluția problemei.

figuri

propunător, prof. Sofia Vițelaru

Pentru a identifica o formă geometrică este suficient să găsim o valoare egală cu 1 ai cărui vecini de sus și din stânga sunt 0.

Trebuie analizate situațiile când avem:

- *pătrat* sau *dreptunghi*: dacă vecinul din dreapta și vecinul de jos sunt 1 este posibil să avem pătrat sau dreptunghi
- *romb*: dacă vecinul din diagonală stânga jos respectiv dreapta jos este 1 este posibil să avem romb
- *triunghiurile* sunt jumătăți de romb sau pătrat
- în cazul identificării unei figuri este necesară parcurgerea conturului (și acesta nu în totalitate)

Echipa care a pregătit acest set este următoarea:

stud. **Alexandra Nicola**, Universitatea Delft, Olanda
stud. **Alexandra Udriștoiu**, Facultatea de Matematică Informatică, București
stud. **Emanuel Dicu**, Universitatea Politehnica, București
stud. **Radu Nicolae**, Universitatea Delft, Olanda
stud. **Robert Lincă**, Universitatea Politehnica, București
stud. **Ruxandra Nanu**, Universitatea Oxford, UK
stud. **Tudor Măgirescu**, Universitatea Delft, Olanda
prof. **Marinela Dochia**, Colegiul Național "Frații Buzești", Craiova
prof. **Mihaela Grindeanu**, Colegiul Național "Frații Buzești", Craiova
prof. **Sofia Vițelaru**, Colegiul Național "Frații Buzești", Craiova
prof. **Marius Nicoli**, Colegiul Național "Frații Buzești", Syncro Soft, Craiova